

Compacidad en Reductores Mecánicos de un Paso utilizando Ejes Huecos

Oscar J. Araque de los Ríos^{1*} y Juan J. Cabello²

(1) Universidad de Ibagué, Departamento de Ingeniería Mecánica, Apdo. Aéreo 487, Ibagué-Colombia (e-mail: oscar.araque@unibague.edu.co, ojaraque@yahoo.com.mx)

(2) Vice ministerio de Educación, Calle 23 esquina F, Ciudad de la Habana-Cuba (e-mail: jcabello@reduniv.edu.cu)

*autor a quien debe ser dirigida la correspondencia

Resumen

En este trabajo se identifica la incidencia de la reducción de peso en elementos de máquina integrados, como ejes de transmisión, sobre su resistencia mecánica y sobre la compacidad de reductores mecánicos compuestos por engranajes de un paso. Se han considerado diversas variaciones geométricas, como ejes huecos, y se determinó su incidencia sobre la geometría y la variación del peso de cada uno de los elementos constitutivos de los reductores afectados por el cambio geométrico de los árboles de salida. Para el caso de ejes macizos y huecos de igual sección circular y resistencia la disminución del área fue superior al 12% y la del módulo de resistencia a la flexión, del 11%. Para ejes de sección circular con chavetero el área disminuyó en más del 30%, mientras que el módulo de resistencia a la flexión, en 10%. Se concluye que el uso de árboles huecos con incrementos de hasta el 50% en su diámetro interior, no incide significativamente en la compacidad de reductores mecánicos de un paso.

Palabras clave: compacidad, ejes huecos, reductor mecánico, engranajes de un paso, resistencia mecánica

Compactness in One-Step Mechanical Reducers using Hollow Axes

Abstract

This work seeks to identify the incidence of the reduction of weight in integrated machine elements, as transmission axes, on its mechanical resistance and about the compactness of compound mechanical reducers for gear of a step. For this, they have been considered diverse geometric variations, as hollow axes their, to determine incidence on the geometry and the variation of the weight of each one of the constituent elements of the reducers affected by the geometric change of the exit axes. It was observed that, for the case of solid axes and holes of same circular section and resistance the decrease of the area went superior to 12% and the one of the resistance module to the flexion, of 11%. For axes of circular section with wedge the area diminished in more than 30%, while the resistance module to the flexion, in 10%. It is concluded that the use of hollow axes with increments up to 50% in its inner diameter does not have a significant impact in the compactness of one step mechanical reducers.

Keywords: compactness, hollow axes, mechanical reducer, one-step gear, mechanical resistance

INTRODUCCIÓN

Debido al incremento de los costos en materiales se hace necesario el desarrollo de métodos de diseño de elementos de maquinas que permitan lograr una reducción de peso y uso eficiente de material (Pedrero, 1997), este problema se ha tratado desde dos vías fundamentales, la optimización de la geometría distribuyendo el material de acuerdo a la carga que soporta y el desarrollo de nuevos materiales con una alta relación resistencia / peso. En el caso de los reductores de velocidad de un paso, un eje hueco puede lograr tener una resistencia mecánica similar a la de un eje macizo, siempre que la geometría utilizada sea lo suficientemente apropiada (Dobrovolski et al., 1991). Una forma acertada de establecer comparaciones entre la resistencia mecánica y rigidez de ejes o árboles macizos y huecos es la utilización de modelos matemáticos y simulaciones, que permitan predecir el funcionamiento de estos elementos mediante el uso de tablas o graficas de resultados.

La optimización de la geometría en la construcción de elementos de maquinas genera múltiples beneficios en lo referente al aligeramiento de maquinaria, entre otros se encuentra la eliminación de material innecesario en las piezas de maquinas, lo cual conlleva a una disminución de peso, ahorro en dinero para la fabricación de altos márgenes de producción y mejoramiento del diseño constructivo (Kamouneh et al., 2007; Pandey. 2007). En la conformación de reductores de velocidad de un paso los ejes forman una parte esencial de su funcionamiento (DMTA, 1990), por tanto la utilización de ejes huecos propenderá en el logro de esta alternativa,

El modelo matemático propuesto por Araque (2008), tiene en cuenta la variación de los diámetros interiores y exteriores del eje hueco en la salida de los reductores mecánicos de un paso, esto a la vez genera un cambio en los módulos de resistencia de los mismos, además de la geometría de las carcasas que los contienen, se evalúa la relación existente entre la potencia suministrada y la masa total del reductor o compacidad y su incidencia en el diseño del mismo.

Se pretende establecer si la influencia general de los elementos que conforman el reductor cómo son los ejes, engranajes, rodamientos y carcasas (Norma ISO 6336, 1996; Dobrovolski et al., 1991) en su conjunto benefician la reducción de masa y afecta el peso de las carcasas.

METODOLOGÍA

Se emplea la expresión propuesta por Daniewicz y Moore (1998), para el diseño de ejes huecos y macizos con el criterio de igual resistencia en el caso de arboles sin chavetero.

$$d_h = d_m \sqrt[3]{\frac{1}{1 - C_{ideal}^4}} \quad (1)$$

$$Wf_{macizo} = \pi \cdot d^3 / 32 \quad (2)$$

$$Wf_{hueco} = \pi \cdot d^3 (1 - C_{ideal}^4) / 32 \quad (3)$$

d_h : diámetro exterior del árbol hueco; d : diámetro del árbol macizo; $C_{ideal} = d_o/d_{h^*}$ para el caso de una sección circular sin entallas de ningún tipo. (d_{h^*} : diámetro exterior del eje hueco fijo, d_o : diámetro interior del árbol hueco) Para este análisis se realizó un programa de computación (Mechanical Desktop, 2002), que partiendo de un árbol macizo de un diámetro determinado, va incrementando progresivamente la relación (d_o/d_{h^*}) y calcula para cada una de las relaciones la variación de (Wf) modulo de resistencia a la flexión y del área de la sección transversal (A) (Beer, 2004; Shigley, 2002) con respecto al eje macizo. La relación C_{ideal} , aumenta la disminución del área, estando limitado este incremento por la resistencia del chavetero (Araque et al. 2006). Para desarrollar este análisis

se toma la sección circular maciza y la sección circular hueca del árbol con chavetero, se involucra la relación $C_{recomendado}$ (Orlov, 1975) que se ve afectada de manera similar a lo sucedido con la resistencia mecánica.

$$C_{recomendado} = (d_o/d)_{recomendado} = 1 / 1.5345 - 0.2109(d/100) + 0.062(d/100)^2 - 0.0071(d/100)^3 \tag{4}$$

Igualando los módulos de resistencia a la flexión para la expresión $Wf_{hueco} = Wf_{macizo}$ (Araque, 2008).

Para la relación entre los diámetros del árbol hueco $c = \frac{d_o}{d_h}$; $\frac{d^3}{d_h^3} = (1 - c^4)$, se ingresa el factor $\lambda = \frac{d_h}{d}$, que relaciona los diámetros exteriores del árbol hueco y macizo.

d_h : Diámetro exterior del árbol hueco; d : Diámetro del árbol macizo; por lo cual se obtienen las siguientes ecuaciones para c y para λ .

$$c = \sqrt[4]{1 - \frac{1}{\lambda^3}} \tag{5}$$

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{1}{1 - c^4}} \tag{6}$$

Se determinan los parámetros de la serie de reductores a diseñar compuesta por cuatro potencias 5, 10, 15, 20 kW y tres relaciones de transmisión 3, 6, 8. Por lo que se incluirán 12 reductores de engranes cilíndricos de un paso, serán diseñados con árboles macizos en los que se variará el árbol de salida para diferentes relaciones de árboles huecos, según la relación de variación de diámetros establecida.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De las ecuaciones (2) y (3), en la figura 1 se muestran las curvas características para diferentes configuraciones en los ejes manteniendo el criterio de diámetro exterior del eje hueco fijo (d_{h+}). Se observa la siguiente tendencia con la condición de una disminución en Wf no mayor de 12%.

Para ejes de sección circular sin chavetero, $C_{ideal} = 0.57$ la disminución del área es superior del 12% y el módulo de resistencia a la flexión disminuye en un 11%; para ejes de sección circular con chavetero, $C_{recomendado} = 0.54$ el área disminuye en más de un 30% mientras que el módulo de resistencia a la flexión 10%

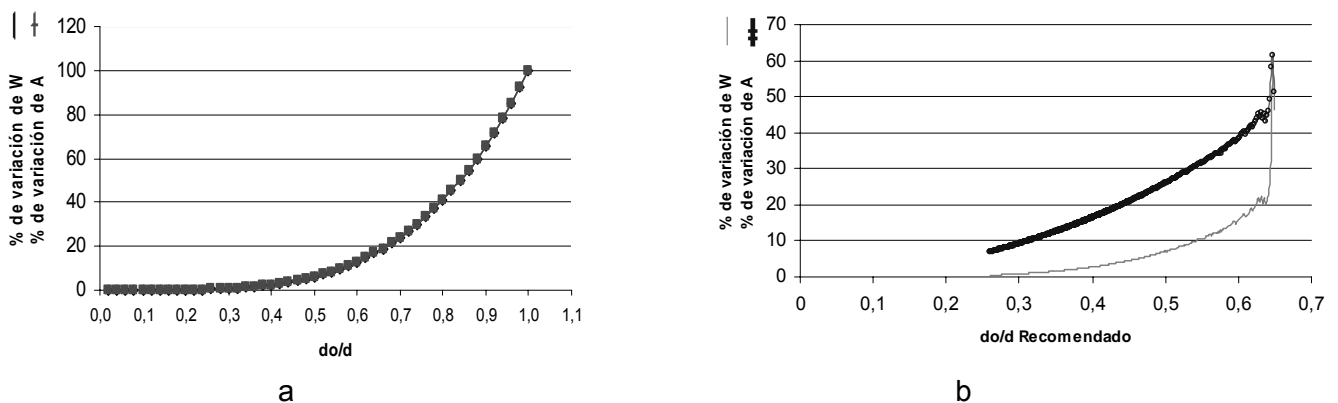


Fig. 1: Gráfico de variación del módulo de resistencia a la flexión y el área de un árbol de sección circular a) sin chavetero b) con chavetero.

Se comprueba la rigidez de los árboles, este análisis se utiliza cuando es necesario que las deformaciones no sean mayores que las admisibles y los parámetros fundamentales para la determinación de la rigidez son el momento de inercia a la flexión (I_x) y el momento de inercia a la torsión (I_p).

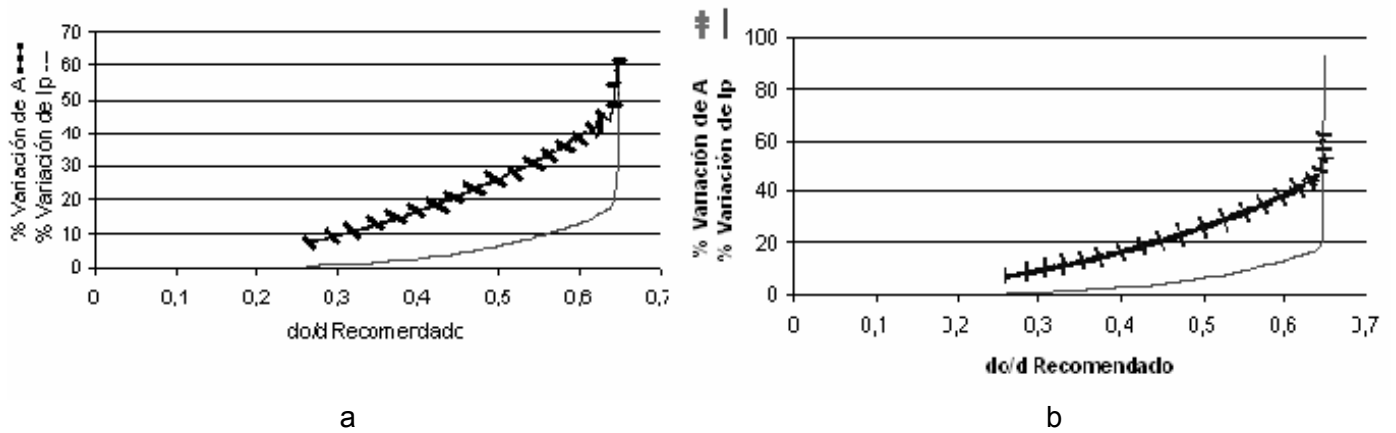


Fig. 2: Gráfico de variación área y momento de inercia para un árbol de sección circular con chavetero. a) a la flexión, b) a la torsión

Al realizar la valoración de estos parámetros en la figura 2, se obtuvieron los siguientes resultados.

Para Árbol de sección circular con chavetero, $C_{recomendado} > 0.55$ el área disminuye en más de un 32% mientras que el momento de inercia a la flexión disminuye en 10%; $C_{recomendado} > 0.56$ el área disminuye en más de un 33% mientras que la disminución del momento de inercia a la torsión es mayor del 10%.

Utilizando los valores de λ en la ecuación (5) para algunas variaciones en los diámetros del eje en el árbol de salida, se obtiene en la Tabla 1 la magnitud del parámetro c.

Tabla 1: Variación de los parámetros λ y c para ejes huecos

λ	1,1	1,3	1,5
C	0,71	0,86	0,92

En la figura 3 se ilustra un modelo sólido computacional para las dimensiones de cada una de las carcasas de los reductores de velocidad de un paso, estandarizados (DMTA, 1990). Teniendo en cuenta la geometría de cada una de las carcasas se procede a calcular utilizando el software Mechanical Desktop (2002), el volumen y posteriormente la masa de estas, los valores obtenidos se asumen para Hierro colado (gris) con una densidad de $7.20E-06 \text{ kg/mm}^3$

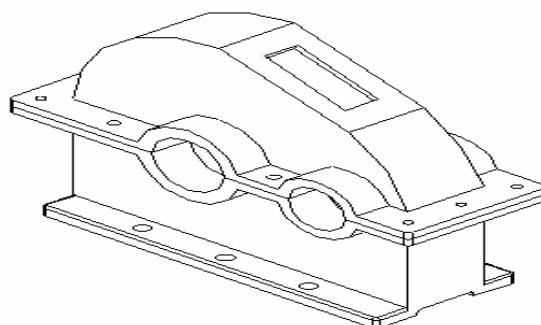


Fig. 3: Carcasa prototipo para Modelación Computacional

En la tabla 2 se tabulan los valores obtenidos para cada una de las relaciones y potencias estimadas.

Tabla 2: Variación de masas en las carcasas

	POTENCIA 5 kW			POTENCIA 10 kW			POTENCIA 15 kW			POTENCIA 20 kW		
	i= 3	i= 6	i= 8	i= 3	i= 6	i= 8	i= 3	i= 6	i= 8	i= 3	i= 6	i= 8
$\lambda = 1$ y $C = 0$, kg	9,30	12,24	15,24	11,76	15,71	20,15	15,3	21,44	26,42	17,61	23,37	33,17
$\lambda = 1,1$ y $C = 0,71$, kg	9,30	12,25	15,35	11,80	15,83	20,27	15,3	21,74	26,42	17,91	23,53	33,38
$\lambda = 1,3$ y $C = 0,86$, kg	9,40	12,41	15,47	11,93	16,13	20,56	15,5	22,22	26,82	18,39	23,70	33,60
$\lambda = 1,5$ y $C = 0,92$, kg	9,51	12,53	15,77	12,05	16,45	20,86	15,5	22,40	27,04	18,58	23,89	34,38

Se observa cómo a medida que aumenta la relación λ que relaciona los diámetros exteriores del árbol hueco y macizo se produce una reducción de peso que posee unos márgenes muy pequeños respecto al peso de la carcasa del reductor que utilizó árboles macizos, este ligero aumento de peso se explica por el aumento del diámetro en los alojamientos de los rodamientos, las pestañas de esta sección a la vez se hacen más grandes, lo que implica que al ocupar un mayor perímetro aumenta el espesor y cantidad de masa utilizada.

En la Tabla 3 se muestran las magnitudes de masa para cada uno de los reductores que formaron parte del estudio, para los que se ha tenido en cuenta el efecto de la masa de la carcasa del reductor, la masa total de los engranajes, la masa total de los árboles de entrada y salida y el efecto de la masa de los rodamientos para los árboles de entrada y salida.

Tabla 3: Masa total de cada uno de los reductores de velocidad

	POTENCIA 5 kW			POTENCIA 10 kW			POTENCIA 15 kW			POTENCIA 20 kW		
	i= 3	i= 6	i= 8	i= 3	i= 6	i= 8	i= 3	i= 6	i= 8	i= 3	i= 6	i= 8
$\lambda = 1$ y $C = 0$, kg	12,02	17,7	23,79	16,59	26,30	35,91	20,63	40,7	49,62	26,87	43,38	66,07
$\lambda = 1,1$ y $C = 0,71$, kg	11,79	17,4	23,56	16,32	25,85	35,44	20,60	40,2	48,95	26,71	42,68	65,09
$\lambda = 1,3$ y $C = 0,86$, kg	11,71	17,2	23,23	16,13	25,56	35,14	20,22	39,9	48,92	26,25	41,85	63,96
$\lambda = 1,5$ y $C = 0,92$, kg	11,89	17,4	23,58	16,28	26,03	35,59	20,10	40,0	48,61	26,40	41,86	64,76

Es posible afirmar que la reducción del peso en la mayoría de los casos se da en unos márgenes pequeños, se establece entonces que el peso de los árboles está entre el 2% y 5% del peso total de los reductores.

En la Tabla 4 se muestran las magnitudes de compacidad obtenidas para las relaciones de velocidad $i=3$, $i=6$, $i=8$ entendiéndola como la relación existente entre la potencia suministrada y la masa total del reductor (Pot Kw/ M Kg), El aumento de la compacidad para las diferentes relaciones de transmisión y λ es muy pequeña y no lo suficientemente significativa como para obtener valores de compacidad representativos. Se recomienda ampliar el estudio para relaciones mayores a $\lambda = 1.5$ y otros tipos de reductores y realizar un estudio sobre la optimización del diseño de carcasas como vía principal de reducción del peso y aumento de la compacidad.

Tabla 4: Compacidad del sistema para cada una de las relaciones de transmisión.

(Pot/M)	Relación $i=3$				Relación $i=6$				Relación $i=8$			
	$\lambda = 1$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.3$	$\lambda = 1.5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.3$	$\lambda = 1.5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.3$	$\lambda = 1.5$
5kW/kg	0,416	0,424	0,427	0,186	0,282	0,287	0,289	0,286	0,210	0,212	0,215	0,212
10kW/kg	0,603	0,613	0,620	0,374	0,380	0,387	0,391	0,384	0,278	0,282	0,285	0,281
15 kW/kg	0,727	0,728	0,742	0,571	0,368	0,372	0,375	0,374	0,302	0,306	0,307	0,309
20kW/kg	0,744	0,749	0,995	0,758	0,461	0,469	0,478	0,478	0,303	0,307	0,313	0,309

CONCLUSIONES

La utilización de árboles huecos con incrementos de hasta un 50% en la reducción de área no incide significativamente en la compacidad de reductores mecánicos de un paso.

El aumento del diámetro del alojamiento de los cojinetes en las carcasas incrementa en valores menores al 5% el peso de las carcasas debido al incremento del diámetro de la pestaña

La utilización de árboles huecos en la salida de los reductores mecánicos de un paso produce disminución del peso de los árboles del orden del 30%.

El peso de los árboles está entre 1 y 3% del peso total de los reductores, por lo que no incide notablemente en el peso del reductor

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se pudo llevar a cabo gracias al apoyo de la dirección de investigaciones de la Universidad de Ibagué (código del proyecto: 08-108-800027).

REFERENCIAS

Araque O.; *Compacidad en Reductores Mecánicos de un Paso*, Actas del V Congreso Bolivariano de Ingeniería Mecánica II Congreso Binacional de Ingeniería Mecánica, 212-221, Cúcuta, Colombia 16 – 20 de Junio (2008).

Araque, O. y J. Cabello; *Estudio sobre la resistencia y rigidez de ejes huecos*. Revista Scientia et Técnica: XII(30), 219 – 224. UTP. Mayo (2006)

Beer, F.; *Mecánica de Materiales*, 3ª edición, Editorial Mc Graw Hill, Mexico (2004).

Daniewicz, S.R. y D.H. Moore; *Increasing the bending fatigue resistance of spur gear teeth using a presetting process*. Elsevier Science Ltd, Int. J. Fatigue: 20(7), 537–542 (1998).

DMTA, Departamento de Mecánica Teórica y Aplicada, Atlas de Diseño de Elementos de Máquinas Editorial Pueblo y Educación, 1ª Parte, 80-81, (1990).

Dobrovolski V. y otros tres autores; *Elementos de Máquinas*, Editorial MIR, 584, Rusia, Moscú (1991).

ISO 6336; Norma Capacidad de Carga de Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos y Helicoidales, 1-5, USA. (1996).

Kamouneh, A., J. Ni, D. Stephenson y R. Vriesen; *Investigation of work hardening of flat-rolled helical-involute gears through grain-flow analysis, FE-modeling, and strain signature*, International Journal of Machine Tools and Manufacture: 47(7-8), 1285-1291 (2007).

Mechanical Desktop , Desktop inc. Versión 3. (2002). <http://usa.autodesk.com/adsk/servlet/index?id=4253185&siteID=123112>

Orlov, P.; *Ingeniería de Diseño*. 2ª edición. 297, Editorial Mir, Unión Soviética, Moscú (1975).

Pandey. R.K.; *Failure analysis of coal pulveriser gear box*, Engineering Failure Analysis, Science direct journal: 14(4), 541-54 (2007).

Pedrero, J.I.; *Optimización de reductoras en dos etapas. Determinación de las relaciones parciales de transmisión*, Información Tecnológica: 8(4), 27-34 (1997).

Shigley, J.; *Diseño en Ingeniería Mecánica*, 6ª Edición, Editorial Mc Graw Hill, México (2002).