

## **Pensamiento Aritmético en Estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre**

**Judith C. Bertel<sup>(1)</sup> y Juan A. Barboza<sup>(2)</sup>**

1) Facultad de Educación, Dpto de Matemáticas, Universidad de Sucre, Calle 18Nº13C-50 Sincelejo Sucre-Colombia (e-mail: [judithbertel@gmail.com](mailto:judithbertel@gmail.com))

2) Facultad de Educación, Dpto de Matemáticas, Universidad de Sucre, Calle 41-20b-68.Corozal.Colombia (e-mail: [Juan.barboza@unisucre.edu.co](mailto:Juan.barboza@unisucre.edu.co))

*Recibido May. 29, 2017; Aceptado Jul. 25, 2017; Versión final Sep. 23, 2017, Publicado Abr. 2018*

---

### **Resumen**

Se han analizado y caracterizado los tipos de problemas aritméticos, que formulan los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre. El tipo de estudio fue descriptivo e interpretativo y se tomó una muestra de 39 estudiantes de séptimo y octavo semestre. Se aplicó un cuestionario que indagó sobre su pensamiento aritmético, en particular sobre la redacción de los problemas de estructura aditiva. Los resultados muestran, que los problemas planteados por los estudiantes, son en su mayoría de tipo verbal y numérico, siendo escasos los del tipo gráfico. Además 80% de los problemas, son sólo formulados, desde una sola estructura semántica; en este caso la de estructura de cambio, ubicando siempre la pregunta al final. El estudio evidencia, el desconocimiento de los estudiantes, con respecto al campo de las estructuras aditivas y en especial la formulación de situaciones problemas para el nivel de escuela básica primaria, donde les corresponderá enseñar en el futuro.

*Palabras claves: formación; docentes; problemas; aritmética; estructura aditiva*

## **Arithmetic Thinking in Undergraduate Students in Mathematics at the University of Sucre**

### **Abstract**

Arithmetical problems, which were designed by students of the undergraduate program in mathematics at the University of Sucre were analyzed and characterized. The study was of the type descriptive and interpretative and a sample group of 39 students in the seventh and eighth semester. A questionnaire that asked about their arithmetical thought, in particular on the wording of the additive structure problems was applied. The results show that the problems proposed by students are mostly verbal and numerical, being scarcely of the graphic type. Also, 80% of problems are only formulated from a single semantics frame; in this case the structure of change, placing the question always at the end. The report evidences the students' lack of awareness of the field of additive structures, and especially of the formulation of problem situations, for the basic level of primary school, where they will have to teach in the future.

*Keywords: training; teacher; problems; arithmetic; additive structure*

## INTRODUCCIÓN

El conocimiento matemático que se genera en la escuela, además de estar fundamentado en el proceso de construcción, debe posibilitar tanto comprensión de los conceptos, formas de representación y uso de lenguaje, así como; reconocimiento de su utilidad en contextos y situaciones específicas, y debe brindar elementos para explicar o sustentar no sólo los procedimientos, sino también la pertinencia de las decisiones tomadas. En tal sentido, tanto la enseñanza como el aprendizaje de la matemática, se han constituido en tema reflexión para todos, los que en una u otra forma, están involucrados en su quehacer dentro o fuera de las aulas. La Educación Matemática, analiza desde la investigación, el desempeño de los docentes en esta área y se da a la tarea de caracterizar la manera, como los estudiantes para maestros de primaria, aprenden los conocimientos de Didáctica de la Matemática, indispensables para enseñar (Llinares y Krainer, 2006). Algunas aproximaciones al aprendizaje del conocimiento necesario para enseñar matemática, se fundamentan en perspectivas situadas, que consideran inseparables el contexto donde se produce el aprendizaje y la manera en la que éste se adquiere (Hiebert et al, 2002). Un foco de interés en este tipo de investigaciones, se sitúa en el análisis de la resolución de tareas profesionales en entornos de aprendizajes especialmente diseñados, donde los estudiantes para maestros, pueden interaccionar y hacer uso de información teórica de Didáctica de la Matemática y preparación en cuanto al saber que va impartir.

Desde este marco de ideas, existen múltiples investigaciones que analizan los distintos tipos de conocimiento del docente de matemática y se habla sobre el conocimiento pedagógico del contenido de Shulman (1986) (PCK, en inglés) el cual se constituye en el constructo teórico más ampliamente utilizado en las últimas décadas en el área de la formación inicial y continua de profesores (Vergara y Cofré, 2014). Autores de la década como Ball, et al (2008) hablan sobre MKT (la sigla en inglés de Mathematical Knowledge for Teaching) y denominan conocimiento matemático para la enseñanza al “conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno”. Dos categorías lo componen: conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido, que a su vez se desglosan en subdivisiones. El primero consta del conocimiento común del contenido (CCK), el conocimiento especializado del contenido (SCK) y el conocimiento en el horizonte matemático. Igualmente Godino (2009), a la luz de los principios del enfoque ontosemiótico de la didáctica de la matemática (EOS), integra los modelos de Shulman (PCK), de Ball y colaboradores (MKT), junto con Schoenfeld y Kilpatrick, involucrando elementos actitudinales y emocionales. Desde que Shulman estableció estas categorías, muchos investigadores han propuesto que el conocimiento pedagógico del contenido, es el tema más importante en la formación de profesores (Abell, 2007; Loughran, et al, 2012) argumentando que niveles mayores de PCK en los profesores, podrían propiciar mayores aprendizajes en los estudiantes (Abell, 2007).

El aporte crucial de Shulman, fue enfatizar que para enseñar un contenido no basta con saber el contenido y saber de pedagogía general, sino que se deben tener conocimientos específicos de la enseñanza de dicho contenido. Esta proposición ha sido tomada esencialmente en el estudio de la enseñanza de las ciencias (Loughran, et al, 2012) y las matemáticas (Baumert *et al.*, 2010; Depaepe et al, 2013; Tirosh, 2000) Otros estudios han mostrado que el PCK de profesores de historia, ciencias y matemáticas se relaciona positivamente con sus prácticas (Park *et al.*, 2011) y a su vez con los resultados de aprendizaje de sus estudiantes (Baumert *et al.*, 2010; Monte-Sano, 2011).

Revisando la investigación sobre este tema, se encontró en el estudio de Bertel y Daza (2011) sobre Conocimiento del Contenido Pedagógico de los profesores de matemática, acerca de Resolución de problemas aritméticos, que sólo el 13.7% poseen un alto Conocimiento del Contenido Pedagógico de los procesos y estrategias en la resolución de problemas aritméticos, esto podría estar relacionado con la poca preparación en el área, ya que sólo el 8,2% de los docentes tienen un título de licenciatura. En forma similar, en la investigación “Saber pedagógico en uso: análisis del saber actuante en las prácticas pedagógicas de profesores en ejercicio” (Latorre, 2002) se aporta evidencia respecto a la existencia de un distanciamiento y una tensión entre el campo de la formación inicial y el campo del ejercicio profesional de los docentes y esta situación se evidencia, tanto en el discurso pedagógico como en las características concretas de las prácticas pedagógicas de los profesores.

Desde este punto, es importante retomar el papel y la preparación del docente en lo que se refiere específicamente a la enseñanza de la matemática y centrar esfuerzos primordialmente en las concepciones y los modelos mentales que poseen los maestros y maestros en formación, esto con el fin de generar reflexiones y transformaciones profundas, que les permitan mejorar sus prácticas de aula y por ende, el desempeño y los aprendizajes de los niños. (Pineda, 2013) Desde estas pretensiones es pertinente preguntarse, ¿Cómo se están formando los futuros docentes, en el conocimiento de la matemática escolar? y ¿qué visión tienen, sobre las formas de enseñanza, que pondrán en práctica en la escuelas donde van a laborar?

El programa de Licenciatura en matemática de la Universidad de Sucre percibe entre sus propósitos, propender por el desarrollo y mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje del departamento y en general de la región, es así que a partir de lo reflexionado precedentemente y teniendo en cuenta los propósitos de la formación, resulta conveniente revisar y retomar la preparación que desde la formación universitaria, están recibiendo los futuros docentes de las licenciaturas, y en particular los estudiantes para maestros de la Licenciatura en Matemática de la Universidad de Sucre, en cuanto el saber matemático escolar se refiere.

Este estudio, en correspondencia con este propósito, examinó el saber de los futuros docentes del programa de Licenciatura en Matemáticas, esto con el fin de diagnosticar dificultades y fortalezas para mejorar y a la vez aportar a tal proyección. En este orden de ideas, esta propuesta permitió evaluar la formación pedagógica y didáctica en cuanto algunos tópicos importantes de la matemática escolar, en particular, los tipos de problemas aritméticos que formulan los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas y con ello la preparación que poseen, en cuanto al Conocimiento Pedagógico del Contenido de la temática (Shulman, 1986). Con los resultados del estudio, se dan indicios, que existen falencias en el conocimiento pedagógico que poseen los estudiantes de la Licenciatura en Matemática, en cuanto a la temática relacionada con el planteamiento y diseño de situaciones problema de estructura aditiva para el nivel de básica primaria y ante esta dificultad, es conveniente reflexionar y sentar un compromiso de mejora, que permita preparar en forma idónea a los futuros licenciados no sólo, en esta temática sino, en todo lo que corresponde al conocimiento y a la pedagogía que requiere su profesión.

En referencia a lo señalado Hierbert et al (2003) defienden estas ideas, argumentando que la preparación de programas de formación puede ser más pertinente, centrándola en ayudar a los estudiantes a que adquieran las herramientas que necesitarán para aprender a enseñar, en lugar de competencias acabadas sobre una enseñanza efectiva. El maestro no puede ser simplemente el operador de disposiciones, este debe convertirse en un hacedor de saberes y un transformador de realidades poco favorables de su contexto escolar, tendientes a su verdadero desarrollo personal y profesional que le den el privilegio, no solo de ser llamado maestro sino de serlo (Morín, 2001)

## MARCO TEORICO Y METODOLOGIA

Esta investigación se enmarcó en el enfoque de investigación mixto, puesto que se adelantó un proceso que recolección y análisis de información, que vinculó datos cuantitativos y cualitativos, con alcances exploratorio-descriptivo (Hernández et al, 2014). La muestra correspondió a 39 estudiantes matriculados en el séptimo y octavo semestre, del segundo periodo académico del año 2016 del programa de Licenciatura en Matemáticas de la universidad de Sucre-Colombia. Para la recolección de información se aplicó inicialmente un cuestionario con el cual se indagó sobre los tipos de problemas aritméticos que proponen los docentes en formación, en particular de estructura aditiva, para el nivel de educación básica primaria. Para el análisis y sistematización de esta información, se utilizaron los siguientes criterios, para los tipos de problemas: 1) Contexto del enunciado: verbal, numérico y gráfico, 2) Estructura Semántica, 3) Estructura Sintáctica: Análisis del lugar de la variable desconocida que da origen a distintos tipos de problemas según la posición de la incógnita. (Tabla 1)

Posterior a la aplicación del cuestionario, se aplicó una entrevista semi-estructurada tomando como modelo la entrevista el CoRes (Content Representation) en la cual el profesor (o los profesores en grupos pequeños) responde a diversas preguntas que tratan de hacer explícito su PCK sobre algún contenido específico. Este instrumento fue desarrollado por John Loughran y sus colegas de la Universidad de Monash (Loughran et al, 2004) y ha sido ampliamente utilizado para describir y documentar el PCK de profesores secundaria y primaria, especialmente en profesores de ciencia (Abell, 2008; Espinoza *et al.*, 2011; Nilsson y Loughran, 2012; Padilla *et al.*, 2008) con estas preguntas se indagó sobre aspectos relacionados sobre la temática como son tipos de estrategias, conocimientos previos para el tema entre otros y permitió tener una información más amplia, sobre la visión que poseen los estudiantes, en cuanto al diseño, apropiación y enseñanza de problemas aritméticos para los grados de la básica primaria.

A continuación, se abordan algunas temáticas que soportan el estudio y ayudan a tener claridad en el análisis de los resultados.

### La Resolución de Problemas

Desde la educación matemática, se ha reflexionado y comprendido, que la solución de problemas, juega un importante papel en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la aritmética, por lo que es necesario promover en los estudiantes, desde los primeros niveles de escolaridad, las estrategias necesarias para que trabajen desde este enfoque. Presentar una planeación didáctica desde la resolución de problemas, según estos razonamientos, implica diseñar experiencias pedagógicas, que le permitan a los niños interactuar en el

descubrir de las características de los objetos, que se encuentran en su alrededor y la manera como puede relacionarlos con una situación planteada. Es de destacar, que el proceso de resolución de problemas es muy común en el enfoque de la matemática actual y se ha convertido en un ingrediente clave en las reformas curriculares recientes. La investigación en esta área, ha producido importantes resultados para comprender dimensiones conceptuales asociadas con este acercamiento, y se ha reconocido la necesidad de investigar el conocimiento del contenido pedagógico de los docentes, acerca de esta temática, más aún en los grados escolares menores.

Para López (2000), la solución de problemas potencializa la asimilación de nuevos conocimientos y permite formas peculiares de interrelación con la sociedad y el medio ambiente. Por otra parte, la enseñanza de los problemas, también permite asimilar conocimientos acerca de las relaciones existentes entre las distintas esferas de la sociedad; proporciona la asimilación de los conocimientos matemáticos, lo que propicia al estudiante que se oriente en el mundo, lo comprenda y se apropie de puntos de vista peculiares (simbolización) de los objetos, hechos y fenómenos en el lenguaje propio de las matemáticas (Cruz, 2002). Actualmente, uno de los principales objetivos de la enseñanza de la matemática, ha sido desarrollar en los estudiantes ciertos niveles de experticia, que les permitan resolver problemas de manera eficiente, particularmente aquellos de naturaleza verbal, los cuales se relacionan usualmente con el contexto diario y que son tan válidos como los procedimientos en forma escrita utilizados por las escuelas; el saber manifiesto del trabajo desde lo verbal-oral, potencializa la apropiación de las representaciones simbólicas, que socialmente se requieren.

### **Los Problemas Aritméticos Elementales**

Según Castro y Rico (1999) los problemas aritméticos elementales, son aquellos en los que se involucran para su solución operaciones aritméticas (especialmente suma, resta, multiplicación y división). Los problemas aritméticos elementales representan situaciones que se resuelven, utilizando procedimientos en una o varias etapas y diversas estrategias y procesos de pensamiento, que van de acuerdo a su nivel de complejidad. En términos generales, un problema aritmético elemental de una etapa, es aquel en el que aparecen tres proposiciones que involucran dos cantidades conocidas y una por encontrar (Bonilla, 1999). Por ello, se puede decir, que en todo problema aritmético elemental de una etapa, se distinguen dos partes, la parte informativa y la parte de la pregunta. En la parte informativa se encuentran las proposiciones que contienen los datos conocidos del problema (cantidades dadas) y en la parte de la pregunta, se averigua por una cantidad que debe encontrarse a partir de las cantidades dadas. Para encontrar la cantidad desconocida se usa una de las operaciones aritméticas.

Los problemas aritméticos se pueden analizar, desde varios puntos de vista. Uno de ellos lo constituye la clasificación entre problemas de tipo verbal y problemas de tipo gráfico y/o numérico. Un problema de tipo verbal es aquel, en el que se describen con palabras situaciones que plantean relaciones entre las cantidades propuestas y son posibles de resolver mediante una expresión aritmética. Los problemas numéricos piden al resolutor que realice cálculos entre las cantidades (sin medidas) planteadas en las expresiones dadas sin que tenga que interpretar textos. Los problemas de tipo gráfico son aquellos que mediante una representación se le pide al resolutor realizar una operación determinada (Castro y Olmos, 2002)

### **Los Problemas de Estructura Aditiva.**

Problemas de estructura aditiva, son aquellos que se resuelven con una operación de suma o de resta. De ellos podemos hacer varias clasificaciones dependiendo del tipo de variable que consideremos (Castro, et al 2002). Muchas de las dificultades que tienen los niños al resolver problemas verbales de adición y sustracción, se debe a su limitada comprensión de las operaciones aritméticas con las que estos se resuelven. A menudo, no saben cuándo se debe utilizar una de estas operaciones porque, les falta el conocimiento específico referente a las variadas situaciones que dan lugar a estas operaciones. Se les suele enseñar la adición solamente como “poner juntos” y la sustracción como “quitar” a pesar de las otras circunstancias que implican operaciones de sumar y de restar. Los niños necesitan recibir instrucción específica en diferentes situaciones, si queremos que consiga buenos resultados en la resolución de este tipo de problemas verbales. De aquí que consideremos de gran interés la clasificación de problemas que realiza Vergnaud (1982) y Nesher (1991) atendiendo a la estructura semántica de los mismos. Cuatro categorías se pueden considerar, en los problemas verbales escolares, que sugieren las operaciones de adición y sustracción: Categoría de Cambio, Categoría de Combinación, Categoría de Comparación, Categoría de Igualación.

Igualmente existe la clasificación de problemas, según la estructura sintáctica, ésta se basa en encontrar, el lugar de la variable desconocida (incógnita) en el problema. Cambiando la incógnita, se generan seis sentencias abiertas en suma y otras seis en resta.

Tabla 1: Tipos de problemas de estructura aditiva, según la posición de la incógnita.

Suma	Resta
$A+B=?$	$A-B=?$
$?+B=C$	$?-B=C$
$A+?=C$	$A-?=C$
$?=A+B$	$?=A-B$
$C=?+B$	$C=?-B$
$C=A+?$	$C=A-?$

El dato desconocido o incógnita, condiciona de manera determinante, la dificultad de los problemas de sumar y restar. (Dickson et al, 1984). En este sentido, algunas investigaciones sobre el aprendizaje de las características de los problemas de estructura aditiva con maestros en ejercicio (Carpenter et al, 1989; Fennema et al, 1996) identificaron las relaciones que establecen éstos, entre el conocimiento del desarrollo del pensamiento matemático de los niños, en relación con los problemas de estructura aditiva y su práctica instruccional. Los resultados de estas investigaciones indican, que el aprendizaje de algunas de estas temáticas por parte de los estudiantes depende en gran medida, de las estrategias y formación del docente. Además la información sobre los diferentes tipos de problemas, las estrategias usadas por los niños de primaria para resolverlos y cómo evolucionan estas estrategias producía cambios en la práctica instruccional de los maestros. Estas conclusiones son importantes, desde el punto de vista de la formación inicial de maestros, en cuanto que proporcionan la base para que los futuros licenciados, desarrollen su conocimiento con mayor amplitud (Carpenter, et al, 1996).

## RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados de la aplicación del cuestionario, que abarca dos actividades (A1) y (A2) y que indaga sobre el tipo de problemas de estructura aditiva, que plantean los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, según las categorías referenciadas anteriormente. Se muestra inicialmente los resultados del grupo de estudiantes 7º semestre y luego los resultados del grupo del 8º semestre que en ese momento cursaban la práctica docente, esto con la intención de observar, si se notan diferencias significativas entre los resultados de los dos grupos.

### *Análisis de la Actividad A1: Grupo 1(estudiantes de 7ºsemestre)*

Clasificación detallada de los problemas de estructura aditiva, siguiendo las ideas planteadas por Arias y Barboza et al (2013). Una vez analizada la información de la Tabla 2 se pudo apreciar, que en su gran mayoría las situaciones de estructura aditiva, obedecen a problemas de tipo verbal, además el número mayor de problemas se concentran en los grados 2º y 3º. Por otro lado, los problemas de tipo numérico y gráficos son menos predominantes, así como la cantidad de situaciones propuestas para los grados 1º y 5º. Los problemas de tipo cambio y combinación tienen mayor presencia en los resultado y los de igualación son nulos. Estos problemas aparecen en su totalidad con la estructura "a+b=?".

Tabla 2: Resultados de la clasificación de problemas de estructura aditiva, según el contexto del enunciado

	Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin Grado	Total
Cantidad de situaciones	4	17	18	9	9	3	60
T. Verbal	2	14	13	4	6	1	40
T. Numérico	0	3	1	3	2	1	10
T. Gráfico	2	0	4	2	1	1	10

Tabla 3: Resultados de la clasificación de problemas de estructura aditiva, según su componente semántico y sintáctico

		Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin Grado	Total
Componente Semántico	Cambio	2	9	8	3	5	0	27
	Combinación	0	5	3	1	2	1	12
	Comparación	0	0	2	0	0	0	2
	Igualación	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 3 (continuación)

Sintaxis	$a \pm b = ?$	2	14	13	4	7	1	41
	$a \pm ? = c$	0	0	0	0	0	0	0
	$? \pm b = c$	0	0	0	0	0	0	0
	$? = a \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$c = ? \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$c = a \pm ?$	0	0	0	0	0	0	0

*Análisis de la Actividad A<sup>2</sup>: Grupo 1*

La Tabla 3 muestra los resultados de la clasificación, según el contexto del enunciado. Una vez analizada la información, se puede apreciar, que en su gran mayoría (67%) de las situaciones obedecen a problemas de tipo verbal, además que predominan los problemas que no tiene un grado específico. Por otro lado, los problemas de tipo numérico y gráficos aparecen con menos frecuencia (16%). Se observan que los problemas diseñados, son de tipo cambio y solo unos pocos de combinación, los de igualación y comparación son nulos. Estos problemas aparecen en casi su totalidad, con la estructura “ $a+b=?$ ”.

Se citan algunos ejemplos de los problemas formulados por los estudiantes, luego de haberles solicitado redactar problemas de estructura aditiva para un grado de educación básica primaria. Esta fueron las formas de redacción que más predominaron.

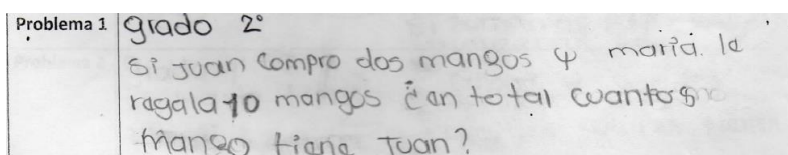


Fig.: 1 situación problema de tipo verbal, con estructura semántica de Cambio y forma sintáctica  $a+b=?$

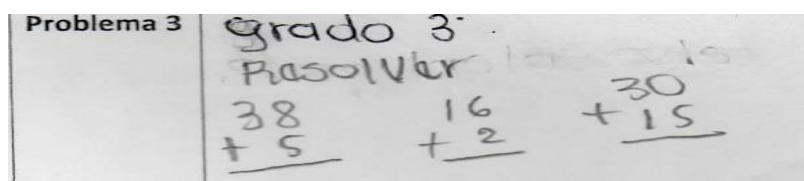


Fig.: 2 Problemas de tipo numérico de forma sintáctica  $a+b=?$

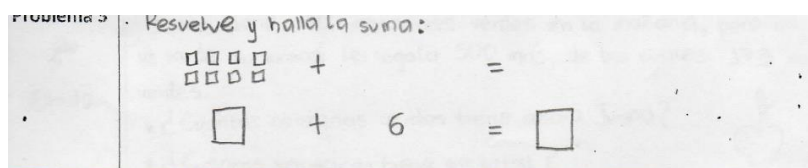


Fig.: 3 Problema donde se combinan datos numéricos con lo gráfico y más de un término desconocido.

En la tabla 4, se consolidan los resultados sobre las situaciones formuladas por los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas desde el contexto del enunciado: Verbal, Numérico y Grafico

Tabla 4: Resultados de la clasificación de los problemas de estructura aditiva, según el contexto del enunciado.

	Grado1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin Grado	Total
Cantidad de situaciones	4	5	4	2	3	42	60
T. Verbal	2	2	2	2	2	30	40
T. Numérico	1	2	0	0	0	7	10
T. Gráfico	1	1	2	0	1	5	10

En este resultado se destaca la presencia de un gran número de situaciones sin el grado al que corresponde, siendo esto una muestra del desconocimiento que presenta el grupo, de los contenidos y la complejidad de las temáticas y nivel de exigencia que deben llevar los problemas, para cada grado del nivel básico. Prevalecen los problemas de contexto verbal con un porcentaje del 66%.

Tabla 5: Resultados de la clasificación de los problemas de estructura aditiva, según el componente semántico y Sintáctico.

		Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin Grado	Total
Componente Semántico	Cambio	2	1	2	1	1	24	31
	Combinación	0	0	0	0	0	9	9
	Comparación	0	0	0	0	0	0	0
	Igualación	0	0	0	0	0	0	0
Sintaxis	$a \pm b = ?$	2	1	2	1	1	29	36
	$a \pm ? = c$	0	0	0	0	0	3	3
	$? \pm b = c$	0	0	0	0	0	1	1
	$? = a \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$c = ? \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$c = a \pm ?$	0	0	0	0	0	0	0

*Análisis de la Actividad A<sup>1</sup>: Grupo 2 (estudiantes de 8<sup>o</sup> semestre)*

La Tabla 6 muestra los resultados de la clasificación, según el contexto del enunciado. Una vez analizada la información anterior, se puede apreciar, que en su gran mayoría las situaciones diseñadas son de tipo verbal, además el número mayor de problemas se concentran en los grados 2<sup>o</sup> y 3<sup>o</sup>. Por otro lado, el número de los problemas de tipo numérico y gráfico, son muchos menores, así como la cantidad de situaciones propuestas para los grados 1<sup>o</sup> y 5<sup>o</sup>. Se observa, que los problemas que aparecen son de tipo cambio y solo unos pocos de combinación, los de igualación y comparación son nulos. Estos problemas aparecen en su totalidad, con la estructura "a+b=?".

Tabla 6: Resultados de la clasificación de los problemas de estructura aditiva, según el contexto del enunciado

	Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin grado	Total
Cantidad de situaciones	8	10	19	7	7	6	57
T. Verbal	5	9	16	6	6	5	47
T. Numérico	1	1	3	1	1	1	8
T. Gráfico	2	0	0	0	0	0	2

Tabla 7: Resultados de la clasificación de los problemas de estructura aditiva, según el componente semántico y Sintáctico.

		Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin grado	Total
Componente semántico	Cambio	4	6	14	4	5	4	37
	Combinación	1	3	2	2	1	0	9
	Comparación	0	0	0	0	0	1	1
	Igualación	0	0	0	0	0	0	0
Sintaxis	$a \pm b = ?$	5	9	16	6	6	5	47
	$a \pm ? = c$	0	0	0	0	0	0	0
	$? \pm b = c$	0	0	0	0	0	0	0
	$? = a \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$c = ? \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$c = a \pm ?$	0	0	0	0	0	0	0

*Análisis de la Actividad A<sup>2</sup>: Grupo 2*

A continuación muestran los resultados de la clasificación de las situaciones, según el contexto del enunciado. Una vez analizada la información anterior se puede apreciar, que en su gran mayoría las situaciones de estructura aditiva, obedecen a problemas de tipo verbal, en este caso la mayoría de los problemas no tiene estipulado un grado específico. Por otro lado, los problemas de tipo numérico y gráficos son muy escasos. Los resultados obtenidos para este segundo grupo, son muy similares a los del primer grupo, es decir los del estudiante que están en su práctica docente, no muestran respuestas con diferencias significativas con respecto a los que todavía no están. Se observa que los problemas redactados, son en su mayoría de cambio y sólo unos pocos de combinación, igualación y comparación son casi nulos. Estos problemas aparecen en casi su totalidad, con la estructura "a+b=?".

Tabla 8: Resultados de la clasificación de los problemas de estructura aditiva, según el contexto del enunciado

Clasificación general de los problemas de estructura aditiva							
	Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin grado	Total
Cantidad situaciones	6	13	8	4	1	22	54
T. Verbal	5	10	7	4	1	21	48
T. Numérico	0	2	1	0	0	1	4
T. Gráfico	1	1	0	0	0	0	2

Tabla 9: Resultados de la clasificación de los problemas de estructura aditiva, según el componente semántico y sintáctico.

		Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Sin grado	Total
Componente semántico	Cambio	4	7	4	3	1	20	39
	Combinación	1	3	0	1	0	2	7
	Comparación	0	0	0	0	0	1	1
	Igualación	0	0	0	0	0	0	0
Sintaxis	$a \pm b = ?$	5	10	4	4	1	22	46
	$a \pm ? = c$	0	0	0	0	0	1	1
	$? \pm b = c$	0	0	0	0	0	0	0
	$? = a \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$c = ? \pm b$	0	0	0	0	0	0	0
	$C = a \pm ?$	0	0	0	0	0	0	0

### Algunos hallazgos desde la entrevista

En la entrevista se usaron las siguientes preguntas, adaptadas al contenido específico del estudio (Loughran et al, 2004) además de dos preguntas más (7 y 8) que el grupo investigador considero pertinentes para el estudio.

- 1) ¿Cuál es la idea central o más importante que usted espera que aprendan los estudiantes en relación a las situaciones de estructuras aditivas?
- 2) ¿Por qué es importante para los estudiantes aprender sobre las situaciones de estructura aditiva?
- 3) ¿Cuáles son las dificultades y/o limitaciones que usted reconoce en la enseñanza de las situaciones de estructura aditiva?
- 4) ¿Cuáles son las preconcepciones u otras características de los estudiantes, que influyen de mayor forma en el aprendizaje de las estructuras aditivas?
- 5) ¿Qué estrategias conoce que son efectivas para enseñar situaciones de estructura aditiva y por qué?
- 6) ¿Cuáles son las formas específicas con las cuales averigua la comprensión o confusión que los estudiantes tienen respecto a situaciones de estructura aditiva?
- 7) ¿Cuáles son los prerrequisitos que debe cumplir, la redacción de una situación problema de estructura aditiva, para educación básica?
- 8) ¿Consideran que tienen una visión amplia y se han preparado lo suficiente sobre la redacción de problemas de estructura aditiva y en general para la enseñanza de la aritmética en educación básica?

A continuación, se muestran algunas de las repuestas de una muestra de cinco estudiantes que se seleccionaron del grupo de estudio y en las que se detectaron hallazgos importantes:

¿Cuál es la idea central o más importante que usted espera que aprendan los estudiantes en relación a las situaciones de estructuras aditivas?

Estudiante	Respuesta
E1:	Realizar sumas o adiciones
E2:	Dar solución a problemas del diario vivir
E3:	Conocer diferentes procesos o algoritmos para efectuar operaciones
E4:	Resolver ejercicios o situaciones del contexto
E5:	Solucionar sumas o restas combinadas



Ante esta pregunta los estudiantes se mostraron desorientados, desconocen con certeza los conceptos básicos que los estudiantes deben aprender en la temática abordada.

¿Cuáles son las dificultades y/o limitaciones que usted reconoce en la enseñanza de las situaciones de estructura aditiva?

Estudiante	Respuesta
E1:	Se me dificulta para redactar las situaciones y me hacía preguntas tales como: ¿Qué problemas hago que no sea el típico? ¿Cómo redacto el problema?
E2:	Me sentí confrontado, realmente yo no sabía que era una situación problema en el momento
E3:	Redactar una situación que estuviera relacionada con el contexto, me costó un poco de esfuerzo...
E4:	Fue difícil porque estábamos acostumbrados a resolver pero no a plantear problemas, al inicio no sabía qué era eso de estructura aditiva, es complicado, a veces nos dejamos llevar de las situaciones de los libros y no innovamos.
E5:	No sabía cómo redactar, debía quedar adecuada para el grado y que no fuera tan común

Los estudiantes reconocen que tienen limitaciones para redactar situaciones problema con esta estructura especialmente las situaciones de tipo verbal.

¿Cuáles son las preconcepciones u otras características de los estudiantes, que influyen de mayor forma en el aprendizaje de las estructuras aditivas?

Estudiante	Respuesta
E1:	El aprendizaje de los números naturales y como colocar las cifras
E2:	Los números y las operaciones en general
E3:	La escritura y lectura de números y cantidades en forma de columnas
E4:	La forma en que se escriben los números en el sistema decimal
E5:	Algunos estudiantes no saben colocar cifras y esto es importante

Los conocimientos previos y las preconcepciones que citaron los estudiantes de la muestra fueron escasas, solo mencionaron algunas temáticas generales y no acuden a conocimiento pedagógico del contenido por lo menos en forma explícita.

¿Qué estrategias conoce que son efectivas para enseñar situaciones de estructura aditiva y por qué?

Estudiante	Respuesta
E1:	Los juegos podrían ser... pero no los tengo muy claros
E2:	Preguntarles las tablas de suma y hacer ejercicios por la practica
E3:	Realizarles ejemplos y luego ellos lo hacen en casa, porque sirve la ayuda de sus padres
E4:	Colocarles ejercicios con problemas de tiendas, juegos y demás porque se divierten
E5:	No conozco muchas estrategias, debe ser haciendo muchos problemas que aprenden

La estrategia que más predominó fueron los ejercicios escritos por que consideran que le brinda a los estudiantes habilidad para sumar.

¿Cuáles son los prerrequisitos que debe cumplir, la redacción de una situación problema de estructura aditiva, para educación básica?

Estudiante	Respuesta
E1:	que no sean tan difíciles, ni tan fáciles
E2:	que tengan una "conchita" ( <i>distractores</i> )
E3:	Se deben fijar en los estándares de competencias
E4:	Uno debe ubicarse en el contexto donde se encuentran los niños y la pregunta debe ser clara, precisa y extensa.
E5:	Que la pregunta sea clara y vaya al final, además debe buscar el total

La entrevista realizada permitió corroborar algunos de los resultados obtenidos en la aplicación del cuestionario en especial sobre el débil conocimiento pedagógico del contenido asociado al desarrollo de problemas de estructura aditiva. Con las respuestas se evidenció el desconocimiento de los estudiantes, en cuanto a los diferentes tipos de problemas de estructura aditiva que son posibles de abordar, durante la enseñanza de la aritmética, para los grados de básica primaria, además de las dificultades que presentan para la redacción de problemas de tipo verbal. Desconocen las estrategias didácticas para ilustrar esta temática y las dificultades que se les pueden presentar a los estudiantes en el aprendizaje de esta temática. Se pudo corroborar además, que los futuros docentes se sintieron inseguros y desorientados ante el conocimiento de este tópico, son conscientes de sus dificultades y de la importancia de prepararse adecuadamente con las competencias necesarias para mejorar sus prácticas de aula. En esta nueva era educativa, el docente tiene que modificar y actualizar su forma tradicional de ejercer la docencia, través del tiempo, la necesidad de transformar las prácticas docentes se ha vuelto más evidente (Villaroel y Bruna, 2017)

## DISCUSIÓN

Al observar los resultados del estudio, se evidencia el poco conocimiento de los futuros licenciados en cuanto al conocimiento de temáticas relacionadas con la estructura aditiva y la forma como se debe desarrollar en las aulas, siendo esto una debilidad para su preparación como profesionales de la educación. Estudios como Ainley y Luntley (2007) con docentes de matemáticas de primaria muestran en forma similar, que los docentes en ejercicio utilizan diferentes fuentes de conocimiento en la planificación de sus actividades de aula; sin embargo, existen debilidades en los docentes en relación con el conocimiento de la materia y el conocimiento pedagógico de la materia. También los autores Turnuklu & Yesildere (2007) al investigar sobre las competencias en relación al Conocimiento Pedagógico del Contenido en profesores de primaria e indagar sobre currículo y estrategias de enseñanza, descubrieron que el 82% de los docentes estaban en un nivel medio en cuanto a esta temática, concluyendo entonces que docentes, no se estaban preparando en forma adecuada para impartir conocimiento. Los estudiantes que participaron de este estudio, se mostraron muy inseguros al momento de citar las ideas centrales de la temática de la estructura aditiva y desconocen en su mayoría, las estrategias didácticas para su enseñanza, reconocen que estas dificultades hacen más complicado su desempeño en las aulas cuando laboren. Estudios han mostrado que los profesores con un conocimiento pedagógico del contenido más sofisticado tienden a crear mejores clases, lo que a su vez tiene un efecto positivo en los aprendizajes de los alumnos (Baumert *et al.*, 2010; Monte-Sano, 2011), en términos teóricos, aún existe una necesidad muy grande de investigar la compleja relación entre PCK, prácticas y aprendizaje de los estudiantes (Abell, 2008).

Los resultados de este estudio, muestran el desconocimiento de conceptos tan simples de la aritmética como son el concepto de situación problema en matemática y como se deben redactar para cada grado además, de las distintas estructuras que existen para cada situación, aspecto que se torna preocupante si se tiene en cuenta que son estudiantes que están para graduarse como licenciados. Luego es de suma importancia, reflexionar sobre el tipo de preparación de los estudiantes y egresados de programas de licenciatura en Matemáticas y poder desarrollar una línea de investigación en las universidades, con el objetivo de describir y comprender cuál es el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) que están elaborando y cuál es el impacto que éste y otros conocimientos tienen sobre la calidad de las prácticas pedagógicas que realizan y, más aún, en el aprendizaje de sus estudiantes (Vergara y Cofré, 2014)

## CONCLUSIONES

Después de analizado el estudio y reflexionar sobre los resultados obtenidos, se establecen las siguientes conclusiones:

- 1) La gran mayoría de los problemas planteados por los estudiantes, hacen referencia a contextos de compra y venta, de edades, medidas, pesos, en general situaciones escolares y situaciones no escolares.
- 2) Se pudo detectar con el estudio, que las operaciones de suma y resta, los estudiantes las conciben como operaciones separadas, dejando de lado el concepto de estructura aditiva, que relaciona a estas operaciones como un todo complementario.
- 3) Se logró determinar con el estudio, que los estudiantes redactaron con más frecuencia, situaciones que obedecen a problemas del tipo verbal y estos se concentran principalmente en los grados 2º y 3º del nivel primario, los problemas de tipo numérico y los gráficos son muy escasos. Es de destacar, que los estudiantes en este caso, desconocen el nivel de complejidad o dificultad, que implica la redacción de un problema, para los distintos grados del nivel primario.
- 4) Para la categoría del tipo de problemas según el Componente Semántico, se muestra, que los estudiantes en su gran mayoría, solo manejan la estructura de Cambio, dándose con menor frecuencia la de Combinación, siendo casi nulos, los modelos de Comparación e Igualación.

5) Haciendo un análisis de la sintaxis de los problemas redactados, en particular de posición de la pregunta en el enunciado del problema, se observa que los estudiantes solo manejan la estructura de los problemas de la forma  $a+b=?$  donde la incógnita aparece al final de la situación, dejando de lado las otras posibilidades o formas de preguntar.

6) En realidad, en este estudio, no se encontraron diferencias representativas entre el análisis de la redacción de problemas de estructura aditiva por parte de los estudiantes de séptimo semestre (G1) y los estudiantes que estaban en ese momento, ejerciendo su práctica docente del 8º semestre (G2). Estos últimos, presentan las mismas tendencias y dificultades en la temática a pesar de estar en ejercicio en las escuelas, como docentes practicantes.

7) Con la entrevista se logró detectar que los estudiantes presentan vacíos en relación a los requisitos y preconceptos que son necesarios para enseñar esta temática, igualmente desconocen en su mayoría estrategias y didácticas apropiadas para trabajar la aritmética básica.

8) Los estudiantes para maestros reconocen, que a pesar de ser un tema que aparentemente puede ser simple y básico para ellos, dentro de su proceso de formación como Licenciados en matemáticas, es importante prepararse en profundidad para tenerlo muy claro y conocer sus posibilidades. Son conscientes de que tienen falencias, en cuanto a su conocimiento y aplicación en el aula.

## REFERENCIAS

Abell, S. K. Research on science teacher knowledge. In S. K. Abell & N. G. Lederman (Eds.), pp. 1105–1149. Handbook of research on science education Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publisher (2007)

Abell, S. Twenty years later: does pedagogical content knowledge remain a useful idea? International Journal of Science Education, 30 (10), 1405-1416 (2008)

Ainley, J., Luntley, M. The role of attention in expert classroom practice. Journal of Mathematics Teacher Education. DOI 10.1007/s10857-007-9026-z, 10(1), 3-22 (2007)

Arias, E., Barboza, J. Bertel, J. y Garrido, J. La adición en los textos del programa “Todos a Aprender”, doi: <https://doi.org/10.14483/23448350.7078>. Rev. Científica, (en línea), Edición Especial, 373 - 377 (2013)

Baumert, J., Kunter, M., y Blum, W. Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. American Educational Research Journal, 47(1) 133-180 (2010)

Bonilla, M., Sánchez, N. y Guerrero, F. La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor / - 1ª Ed., N° 1, pp.45-70. Editorial Gaia, Santa Fe de Bogotá, D.C., (1999)

Bertel, J. y Daza J. El Conocimiento Pedagógico del Contenido, como predictor de los Procesos y estrategias de los estudiantes, al resolver problemas matemáticos. El capítulo VII del Tomo XII, 5-274, Editorial Redipe (2013)

Carpenter, T., E. Fennema y M. Franke. “Instrucción guiada cognitivamente: una base de conocimiento para la reforma de la enseñanza de matemáticas en primaria”. Revista ema, 3 (1), 3-32 (1996)

Carpenter, T.P., Fennema, E., Peterson, P.L., Chiang, C.P., y Loef, M. Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. American Educational Research Journal, 26, 499–531 (1989)

Castro, E. y Olmo, M. Desarrollo del pensamiento matemático infantil de Granada. Tesis de Maestría. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática (2002)

Castro, E. y Rico, L. Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Bogotá, Colombia: Editorial Una empresa docente (1999)

Cruz, M. Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemáticas Tesis Doctoral. Instituto Superior Pedagógico de Holguín "José de la Luz y Caballero", Facultad de Educación (2002)

Depaepe, F., Verschaffel, L., y Kelchtermans, G. Pedagogical content knowledge: asystematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. Teaching and Teacher Education, 34, 12-25 (2013)

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. Children Learning Mathematics: Ateacher's Guide to Recent Research. Cassell. Labor, Barcelona (1991)

Espinosa, J., Labastida, D., y Padilla, K. A Pedagogical content knowledge of inquiry: an instrument to assess it and its application to high school in-service science teachers. US-China Education Review, 8 (5), 599-614 (2011)

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., y Empson, S. B. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. J. for Research in Mathematics Education, 27, 403–434 (1996)

Godino, J.D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13-31 (2009)

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. Metodología de la Investigación, Mc Graw Hill Education, 6ª Ed., Lima-Perú (2014)

Hiebert, J., A. K. Morris, D. Berck y A. Jansen. Preparing teachers to learn from teaching. Journal of Teacher Education, 58 (1), 47-61 (2007)

- Hiebert, J., R. Gallimore y J. W., Stigler. A knowledge base for the teaching profession: What would it look like and how can we get one? *Educational Researcher*, 31(5), 3-15 (2002)
- Hill, H., Ball, D.L. y Schilling, S. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers topic-specific knowledge of students. *J. for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400 (2008)
- Latorre, M. Saber pedagógico en uso: análisis del saber actuante en las prácticas pedagógicas de profesores en ejercicio. Tesis Doctoral en Cotutela. Pontificia Universidad Católica de Chile - Universidad René Descartes-Paris 5-Sorbonne, Santiago (2002)
- Loughran, J.J., Mulhall, P., y Berry, A. In search of pedagogical content knowledge in science: Developing ways of articulating and documenting professional practice. *J. of Research in Science Teaching*, 41 (5) 370-391(2004)
- Loughran, J., Berry, A., y Mulhall, P. *Understanding and Developing Science Teachers' Pedagogical Content Knowledge*. The Netherlands: Sense Publishers (2012)
- López, L. S. La clase para pensar, 1ª Ed., pp. 57-65. Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia (2011)
- Llinares, S. y K. Krainer. Mathematics (student) teachers and teacherseducators as learners, en A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future*, Rotterdam/Taipei, Sense Publishers, pp. 429-459 (2006)
- Morín. E. Los siete saberes necesarios para la educación del futuro, 7ª Ed., 1-64, Unesco Paris, Francia (1999)
- Monte-Sano, C. Learning to open up history for students: preservice teachers emerging pedagogical content knowledge. *Journal of Teacher Education*, 62, 3, 260-27 (2011)
- Nesher, P. Two-steps problems, *Research Finding. Inf. Furinghen* (Ed.) *Proceedings Fifteenth PME Conference*, Vol III, pp. 657 (1991)
- Nilsson, P., y Loughran, J. Exploring the development of pre-service science elementary teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Science Teacher Education*, 23 (7) 699 (2012)
- Padilla, K., Ponce de León, y A., Rembado. Undergraduate professors' pedagogical content knowledge: the case of 'amount of substance'. *International Journal of Science Education*, 30 (10), 1389-1404 (2008)
- Park, S., Jang, J. y. Chen, Y. pedagogical content knowledge (PCK) necessary for reformed science teaching? Evidence from an empirical study. *Research in Science Education*, 41(1), 245-260 (2011)
- Peltier, M. L. Problemas aritméticos. Articulación, significados y procedimientos de resolución. *Educación Matemática*, 15 (3), 57-76 (2003)
- Pineda, J. Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de ciencias Maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Caldas, Colombia (2013)
- Shulman, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Stanford University. Educational Research*, 1-13 (1986)
- Tirosh, D. Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: the case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25 (2000)
- Turnuklu, E. y Yesildere, S. The Pedagogical Content Knowledge in Mathematics: Preservice Primary Mathematics teachers' perspectives in Turkey. [En red]. *IUMPST: The Journal*, Vol. 1 (2007)
- Vergnaud, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. En T.P. Carpenter, J.M. Moser y T.A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, pp. 39-59. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates (1982)
- Villaroel, V.A. y Bruna, D.V. Competencias Pedagógicas que Caracterizan a un Docente Universitario de Excelencia: Un Estudio de Caso que Incorpora la Perspectiva de Docentes y Estudiantes. 10.4067/S0718-50062017000400008. *Formación Universitaria*, 10(4), 75-96 (2017)